

# 絵図・鳥瞰図の史的分析和 コンピュータ支援鳥瞰図(CAB)の数理技法

Historic Analysis of Image Map and Bird's Eye Panorama and  
Mathematical Method of Computer Aided Bird's Eye Panorama

宮崎保光

Yasumitsu Miyazaki

## あらまし

地理情報であると同時に芸術的作品でもある絵図および鳥瞰図は、透視図法、遠近法として、中世より、ヨーロッパにおいて用いられてきている。日本においても、近世には広く発展し、昭和期には地方の観光案内図として、芸術的にも特徴的表現として評価されてきている。現在では、コンピュータ技法であるCGとして新しい図法が開拓されるようになってきている。機能的な面は、明らかに、論理的なアルゴリズムによって代行できるため、コンピュータ支援法は、図法にとって有効であるが、芸術的側面を深める観点においても十分期待できると思われる。本論文は、これまでの伝統的図法である絵図および鳥瞰図の重要な特徴を分析、解析することにより、コンピュータ技法の支援手法の可能性とアルゴリズムの提案を示している。

絵図、鳥瞰図を透視図法、遠近法との関連によって、歴史的展開を示し、2、3の実例を用いて論じている。ついで、投影図法の種類と透視図法の特徴を示し、鳥瞰図との幾何学的特質を論じている。地理情報の表現法である地図の技法についても関係を示している。さらに、人間の目の機能と鳥瞰図の関係を示し、透視変換を同次座標を用いて数理関係式を示している。さらに、伝統的作家に示された鳥瞰図の分析を2次元座標等によって論じている。さいごに、幾何変換とコンピュータ数理アルゴリズムについて展開している。

## Abstract

Image art map and bird's eye panorama, that are geographical information and art, are developed in Europe from middle age, as examples of perspective projection. In Japan, these image panoramas are developed widely in modern age and particularly in the Showa period, estimated as art objects and sightseeing information maps. Recently, new projection techniques are studied using

computers, as computer graphics. Computer aided graphics are very useful for functional characteristics and also very attractive for art view points. In this paper, important characteristics of traditional image picture maps and bird's eye panorama are analyzed and ability of computer aided methods is shown. Further, new algorithm is proposed.

Image picture map and bird's eye panorama are discussed historically, considering perspective projection methods with discussion of several examples. Next, several kinds of projection methods and their characteristic are studied, discussing geometrical properties of perspective projection methods. Further, map production techniques, that are geographical information expressions, are also discussed. Relations between human eye functions and perspective projection are shown, and mathematical expressions are discussed using perspective projection transformations with homogeneous coordinates. Geometrical analysis of bird's eye views shown by traditional artists are studied by two-dimensional coordinate systems. Finally, geometrical transformation and mathematical algorithm of computer are developed.

## 1. まえがき

ヨーロッパにおいては、中世以来、また、日本においても、江戸期から、明治、昭和期において、景観絵図が広く普及してきており、とくに、鳥瞰図においては、木版画、銅版画として、芸術的にも高度な技術手法が展開されてきている<sup>1)</sup>。初期においては、地図の手法として、古代には、絵図として、地理情報の表現として用いられてきている。鳥瞰図は、ルネッサンス期において、透視図法、遠近法が深く議論、検討されるとともに、ヨーロッパの各都市の作品として表現されてきている。日本においては、江戸後期以後、透視図法、遠近法が知られ

るとともに、2、3の作家によって試みられている。とくに、昭和期においては、地方都市の観光案内図として数多くの作品が制作されている。

1960年以後コンピュータを用いた図法、CAD (Computer aided design)、CG (Computer graphics) が展開されてきており、とくに、建築関連のパース画 (perspective representation) に応用されている。ヨーロッパ、日本において、中世以後、景観説明を加えた地図としての絵図をはじめとして、地理情報の表現としての働きのみだけでなく、芸術、美術的視点からも、鳥瞰図を含む景観投影図は、優れたメディア表現として形成されてきている。これらの伝統的メディア表現としての絵図、鳥瞰図を、近年急速に発達しつつあるコンピュータ支援図法、CGの手法を用いることにより、より効果的、マルチ表現として成立させることは極めて重要であり、有意義な作業であり、成果が期待される。これまで、最近の鳥瞰図は航空写真を基いた、作図法が行なわれているが、これらは、写実性を求め、地理情報表現としての試みが中心であり、これまでの伝統的絵図・鳥瞰図の特徴を保持した、新しいメディア表現としてはいえない。今後、デジタル画像処理、画像制作がさらに発達するに従い、新しい芸術表現を伴った、地理情報に基いたメディア表現が進展すると思われる。

本論文では、これまでの絵図、鳥瞰図の特徴分析を進めつつ、相互に、表現法の比較を検討するとともに、コンピュータ手法による数理的技法を図いた鳥瞰図作成法を示す。先の論文では、コンピュータ支援鳥瞰図作成法の基本概念と基礎手法を論じたが、本論文では、伝統的鳥瞰図の分析をさらに深め、芸術表現、とくに空間表現の特長を分析し、コンピュータ応用に適した数理表現法、関数、座標表現、作成アルゴリズムについて示している。

## 2. 絵図・鳥瞰図の発達過程

図法は、地理情報の表現法であるが、古代においては、村落の位置関係を示す空間図として発達してきている。山、川、森、家などの存在位置を示すと同時に、物体を絵によって個別に表現してきている。田図、社寺の絵図、荘園の絵図が代表的なものである。地図は、新大陸発見、探検が盛んになるに従い、15世紀には、各種の表現法が示されたが、地球が球であることによる2次元表現の各種の表現が工夫された。15～16世紀には、ダビンチ

(Leonardo, da Vinci) などにより透視図が示され、景観表現が著しく発達した。デューラー (Dürer) は3面図を示した。

日本でも、司馬江漢、雪舟などにより、遠近法を取入れた図法が示されている。江戸期は多くの浮世絵作家が透視図、鳥瞰図を作成している。

ヨーロッパでは、測量技術、航海術と並行して、デカルト (Descartes) により、座標幾何が示され、透視図法、投影法に関する図法幾何がモンジュ (Monge) によって論じられた。

近年では、大正から昭和にかけて、吉田初三郎の作品がよく知られており、最近では、航空写真を基にした透視景観図がボルマン (Bollmann) によって示され、日本では、石原正によって、数種類の等角投影図法が示されている。

コンピュータの発達に伴い、MITのサザンランド (I. Sutherland) によって、CRT (ブラウン管) 画面上にCG図形が会話形式により示された。これ以後今日に到るまで、座標、関数表現のプログラムによる制作を経て、オペレーションシステム (OS) の発達により、より簡単な技法により各種のコンピュータ図法が示されてきている。サザンランドのSketch PADを始めとして、CGの国際会議、展示会SIGGRAPH (Special Interest Group on Computer Graphics) において、CG図法の技術、メディア表現は、急速に発達している。しかしながら、本格的な絵図、鳥瞰図を地理情報、芸術表現として、CG領域において示された例は極めて少ない。伝統的鳥瞰図の絵画表現を、新しいCG手法に適した、座標変換、関数表現が必要であり、とくに、伝統的鳥瞰図の特徴を、コンピュータに適応出来る数理方法に分析、解析することが必要である。

最近では、地理情報を地図と関連して統一表現しているGIS (Geographic Information System) が用いられているが、絵図、鳥瞰図と一体化する手法も、機能的、美的、両面の特性を活した方法として有効である。

## 3. 都市の絵図・鳥瞰図

絵図の代表的なものは、日本においては、江戸時代に城を中心とした都市絵図があり、天保年間 (1830年代) の京都、新增細見京絵図大全 (竹原板元) がある。京の街を中心に、周辺の山、寺の家屋が絵によって示されて



図1 ケドリングブルク (Quedlingburg) の鳥瞰図 (1650)



図2 ケルン (Köln) の鳥瞰図 (1700)

いる。清水寺の本堂、奥院が具体的に描写されている。

東海地方の例としては、寛延年間 (1750年代) の名古屋城下と熱田の絵図があり、名古屋城、熱田神宮の敷地内の建物については具体的に描写されている。また、犬山城下絵図が元文年間 (1740年) のものが存在し、城の建物境内が詳細に描かれている。

ヨーロッパの都市の鳥瞰図は、ブラウン (G. Braun)、ホーヘンベルク (F. Hogenberg)、「世界都市図表 (Civitates orbis terrarum I-VI)」(1572-1617年) に集成されている。アウグスブルク (Augsburg)、ケルン (Köln)、パリ (Paris) などヨーロッパの主要都市を斜投法図によって、木版画が描かれている。人々の生活の様子が、田園、川、森、建物とともに描かれている。風俗画としても高度な鳥瞰図である。600図が収録されており地理風俗絵巻をなしている。

先の論文では1635年制作のブラウンシュバイク (Braunschweig) の鳥瞰図を示したが、図1は同じ、

ドイツ国ニーダ・ザクセン州 (Nieder sachsen) のケドリングブルク (Quedlingburg) (Matthäus Merian, 1650年) の鳥瞰図である<sup>5)</sup>。この図においては、投影法は強調度が強くないが、街全体が鳥瞰図として描かれており、空間の歪はあまり大きくない。図2は、ケルン (Köln, 1700) の鳥瞰図である。街の教会を中心にケルンの街、ライン河 (Rhein) の様子が描かれている<sup>6)</sup>。

鳥瞰図として、街全体を上方から俯瞰したイタリヤ・ヴェネツァ (Venetie MD) 様子が詳細にヤコポ・デ・バルバリ (Jacopo de Barbali) によって1500年頃描かれている。

米国には、1877年バックマン (J. Bachmann) によって描かれたボストン (Boston) の街の鳥瞰図がある。ルイス プランク (Louis Prang) により出版された。チャールズ河 (Charles) とボストン湾が詳細に描かれている。

日本においては、出雲大社井神郷図が、宝治2年



図3 笠寺観音の鳥瞰図（尾張名所図絵、江戸）

(1248)、鳥瞰図としての絵図が描かれており、出雲大社の神宮を中心に、周辺の半島の岩場の様子が、海とともに鳥瞰図として描写されている。

江戸期においては、透視投影法である遠近法が、1800年頃、司馬江漢を中心に用いられるようになった。司馬江漢の三冊景図は、遠近法の代表例である。近傍の人々と川に浮ぶ舟が大きく描かれ、遠方の人々と木々は小さく描かれ、1消点透視法が用いられている。歌川広重は、「江戸名所一覽双六」を鳥瞰図として制作している。また、葛飾北斎は、江戸から京都への東海道を鳥瞰図として制作している。江戸については、鋳形紹真が制作している。京都については、1808年黄華山により、洛中洛外図（花洛一覽図）が描かれている。これら、江戸、京都を上空から透視投影法によって描いたものであり、基本的には、一般的な透視法である。ただし、北斎の東海道の鳥瞰図は、地理位置が大きく変形しており、変形型の鳥瞰図である。

尾張名所図絵のうち、図3の笠寺観音は、観音の寺境内、周辺を鳥瞰図として描かれている<sup>7)</sup>。

航空写真を基に、ボルマン (H. Bollmann) によって、欧米の都市の鳥瞰図が数多く描かれ、ニューヨーク (New York)、フランクフルト (Frankfurt) の大都会の観光案内図となっている。日本では、同様の手法によって、石原正によって奈良などが描かれている。

#### 4. 投影図法の種類と原理

投影図法は、平行投影と中心投影があり、透視投影は、中心投影である。また、透視投影には、消点（平行）透視、二消点（角度）透視、三消点透視がある。

1420年代に、ブルネレスキ (Burnelleschi)、1436年に、アルベルティ (L. B. Alberti) によって透視法、遠近法が論じられている。

透視図法の原理は、人の視点と対象物体の中間に平面画面を考え、物体と視点からなる視線と画面の交点を図形の描写点とする。この描写点から、図4のように消点形成される。人体の目による物体の結像は、遠方と近方とに対して、透視図法と類似の関係を有している。すなわち、人が景色を視るとき、網膜に結像される像は、

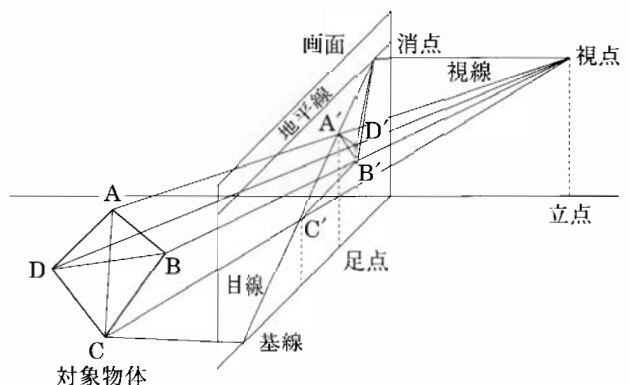


図4 透視図法と消点

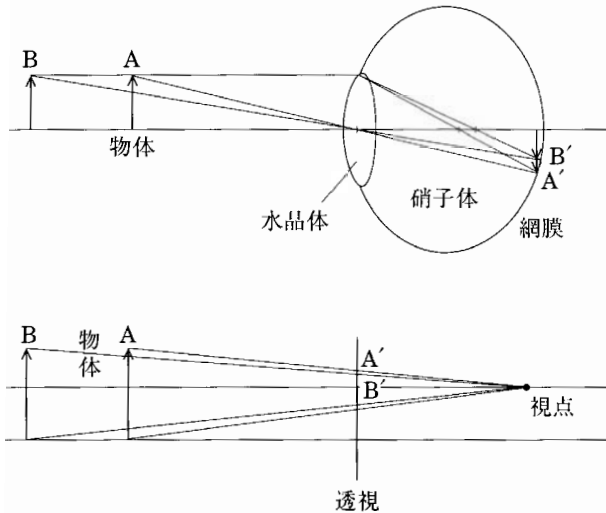


図5 水晶体による結像と透視

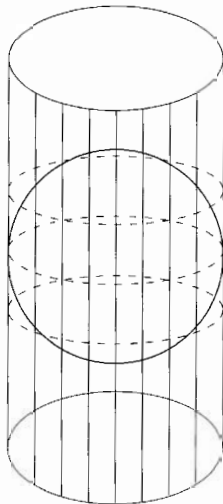


図6 メルカトル (Mercator) 図法

透視図法により描写された図と類似の関係をもつ。したがって、鳥瞰図は、人の結像と直結するため、生理的、心理的さらには、感性に直接伝達し易い。

地図の作成としては、球である地球を平面状に描写する方法として各種の方法があるが、球を円筒面に写像する円筒図法が代表図法の1つであり、メルカトル (Mercator) 図法といい、投影面を円筒面とする。地理的空間を描写する投影図法であるが大きな地理領域の描写に必要とされる。

3次元空間での変換は、 $(x, y, z)$  座標に対し、平行、回転、拡大、縮小の操作によって  $(X, Y, Z)$  が得られるとき、同次座標を用いて、

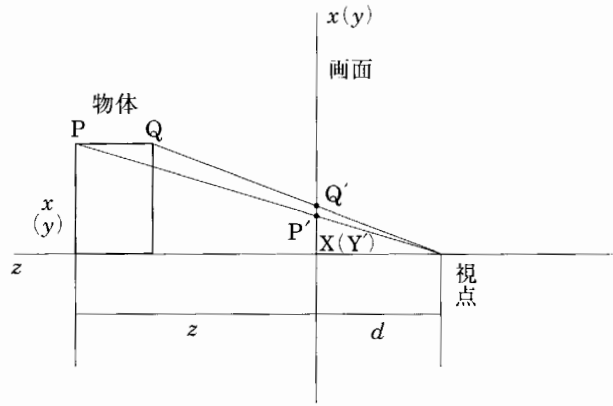


図7 透視投影図法と座標

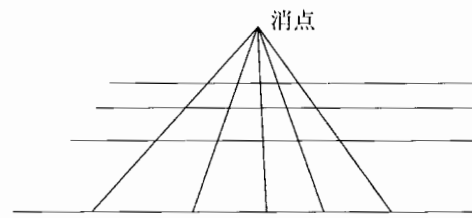


図8 一点透視図法と座標

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

によって与えられる。

透視図法に関する透視変換では、物体の存在する座標を  $(x, y, z)$ 、画面の座標を  $(X, Y, Z)$  として、

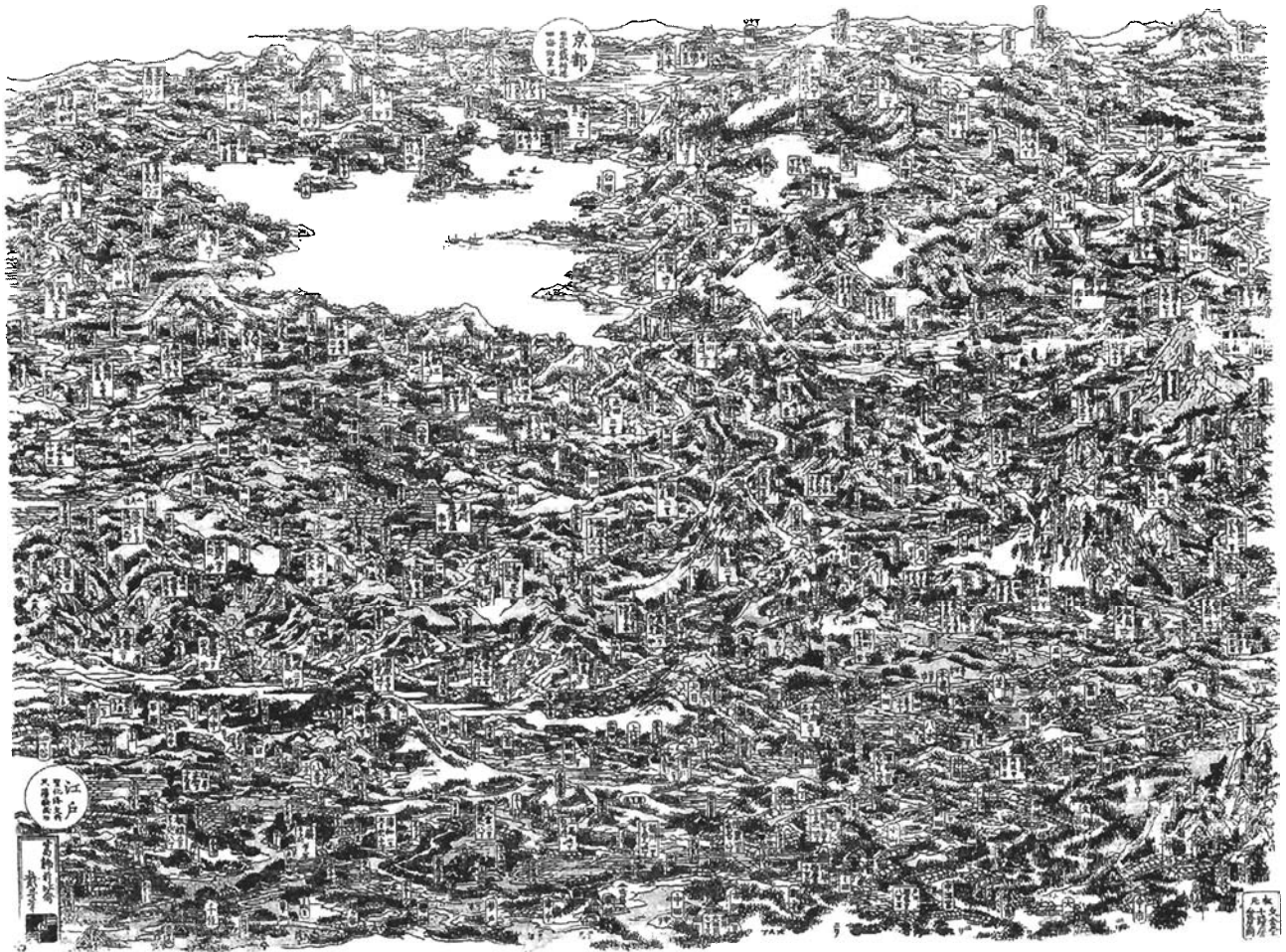
$$\begin{aligned} X &= \frac{d}{Z+d} x & Y &= \frac{d}{Z+d} y \\ Z &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

縮小比に対し、 $\frac{1}{k} = \frac{d}{d+z}$  とおけば、  
 $X = \frac{x}{k}$ ,  $Y = \frac{y}{k}$  となり、

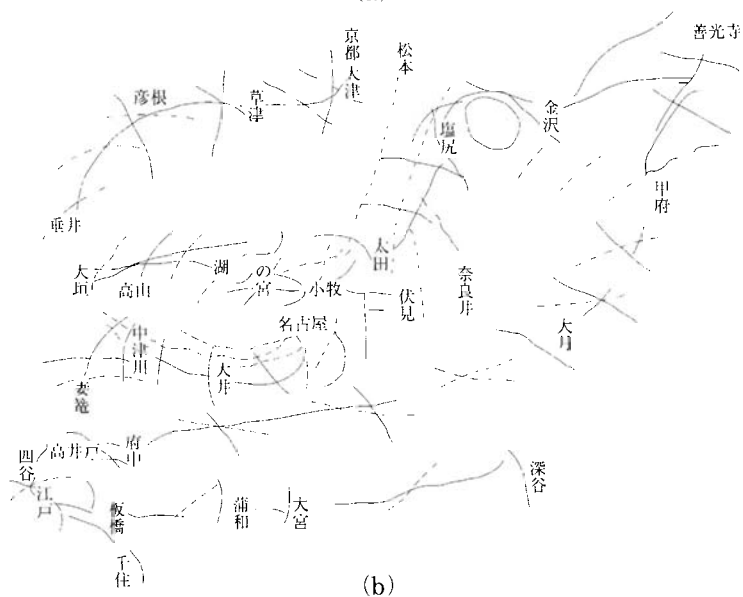
$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{k} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{d} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

と示される。

$Z = 0$  に画面がない場合には、座標変換し、 $Z = 0$  に画面が位置する合同操作をすればよい。2点透視、3点透視の場合には、式 (3) の右辺の行列第4行において、 $a_{41}$ 、 $a_{42}$ が変化する。



(a)



(b)

図9 木曾路名所一覧（北斎、1819）の透視特性

## 5. 透視画の分析

透視図法による鳥瞰図が、図7のように1点消点の単純の場合は、作図は比較的簡単であり、コンピュータ支援アルゴリズムも式(1)、(2)を用いることにより実行が可能である。ここで、伝統的鳥瞰図の描写特性の分析を行う。

図9は、葛飾北斎の木曾路名所一覧について、地理空間と透視画の関係を示したものである。図9(b)の点

線は東西の経度線を示し、実線は、南北の緯度線を示している。この透視画は、変形透視図であることがしられる。すなわち、各透視位置は、単純な位置関係になく、ねじれ歪の構造である。

図10から図16は、吉田初三郎の昭和の鳥瞰図であり、図(b)の点線は東北の経度線、実線は南北の緯度線を示している。これらの図より、各鳥瞰図は、視点からの透視は、1点透視から極めて離れた特質を持った、変形透視図であることがしられる。

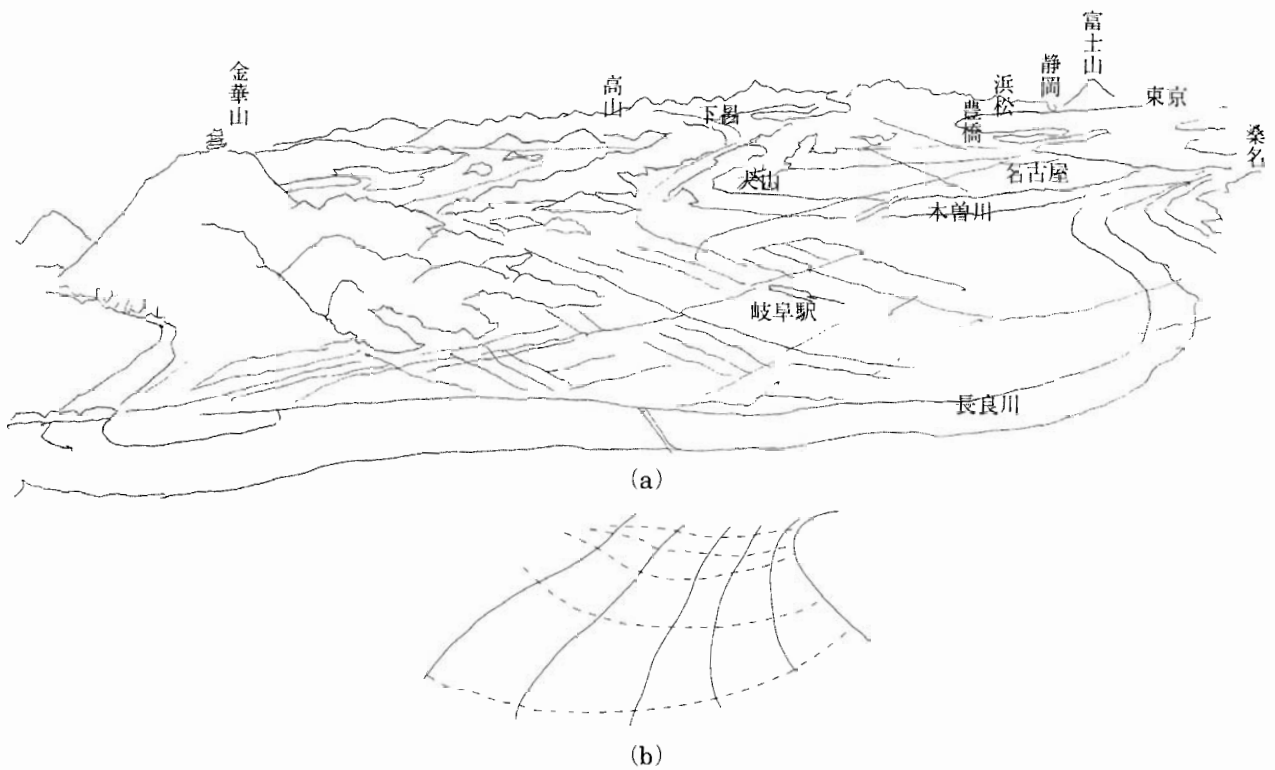


図10 岐阜(吉田初三郎、1931)の透視特性

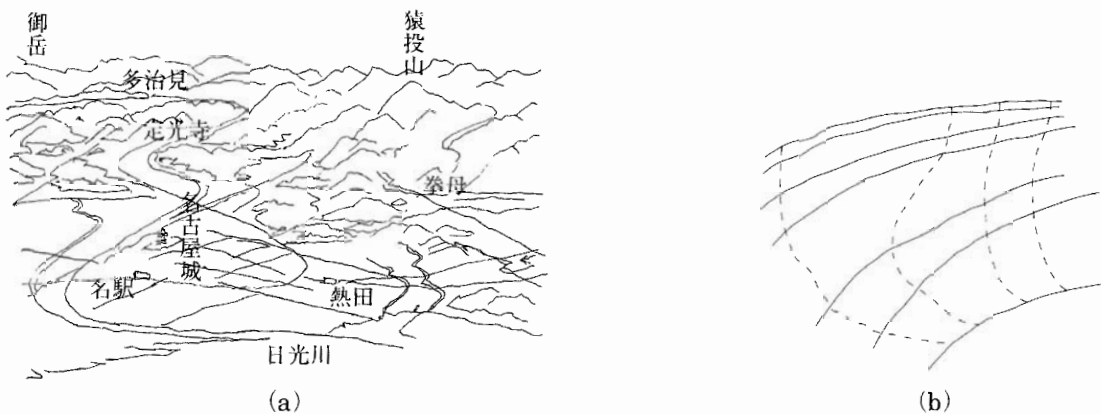


図11 愛知県鳥瞰図(吉田初三郎、1927)と透視特性

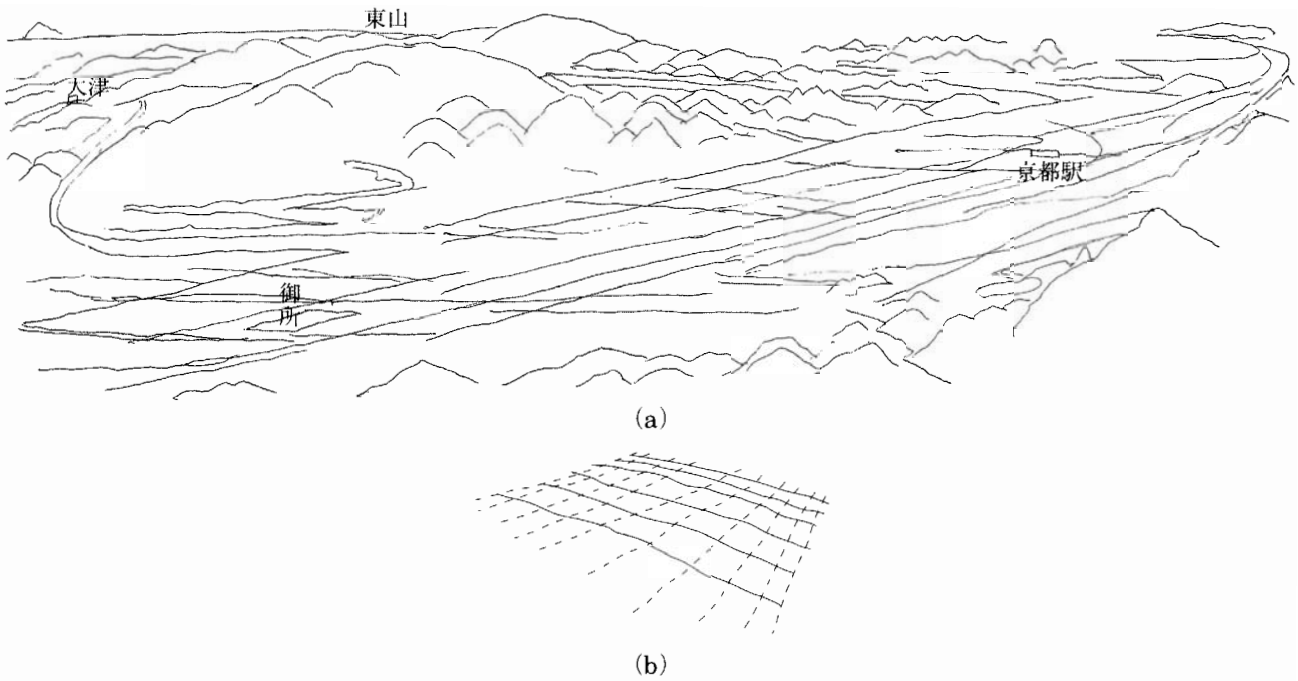


図12 洛内洛外名所交通鳥瞰図（吉田初三郎、1928）の透視特性

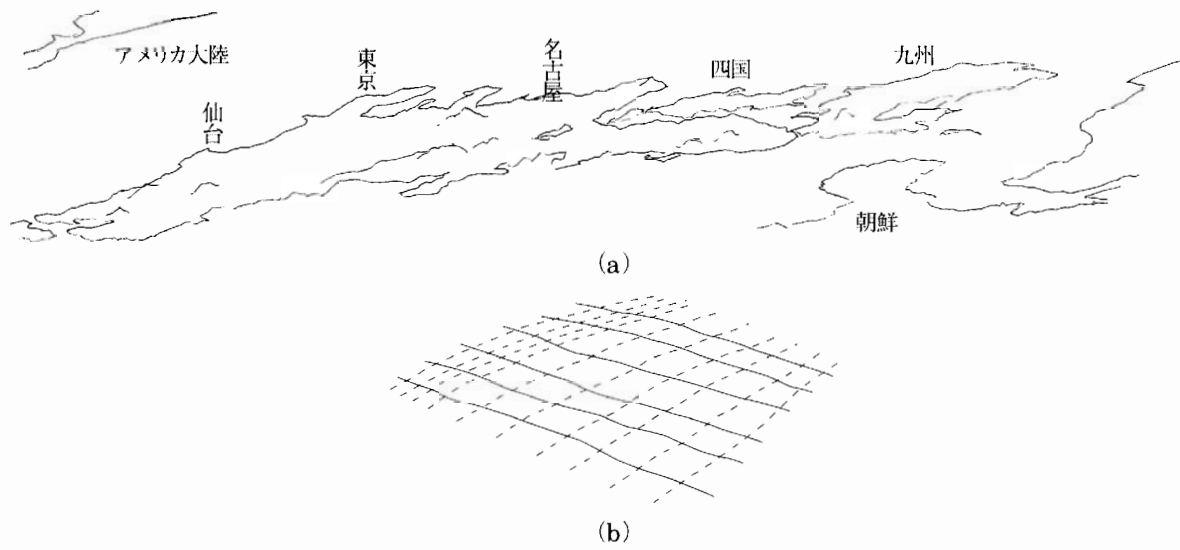


図13 日本交通鳥瞰図（吉田初三郎、1922）透視特性



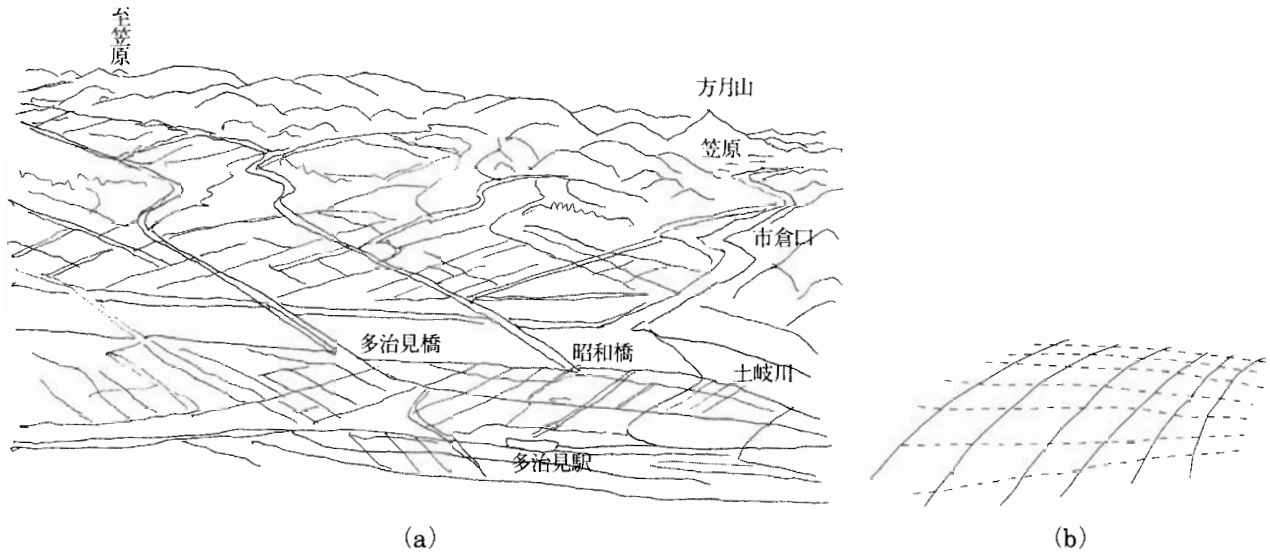


図14 陶都多治見図絵 (吉田初三郎、1927) と透視特性

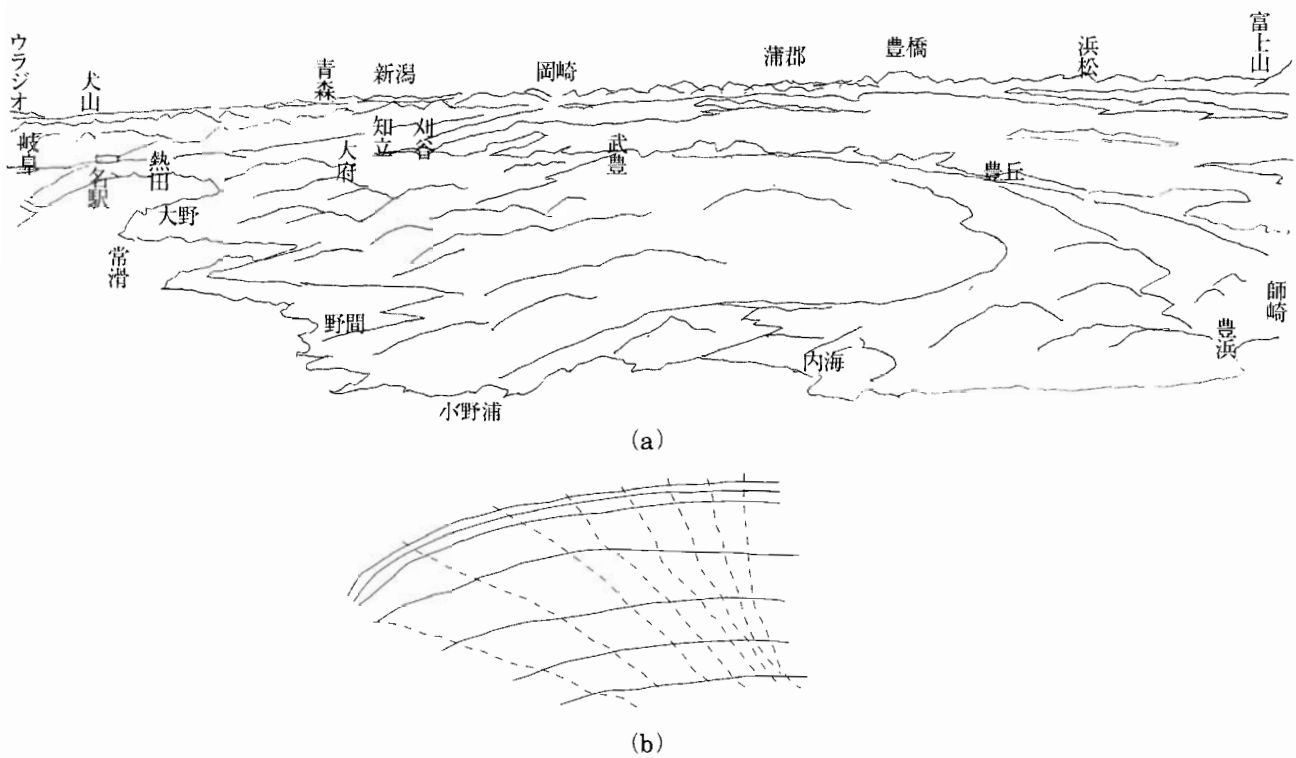


図15 南知多遊覧交通名所図絵 (吉田初三郎、1925) と透視特性

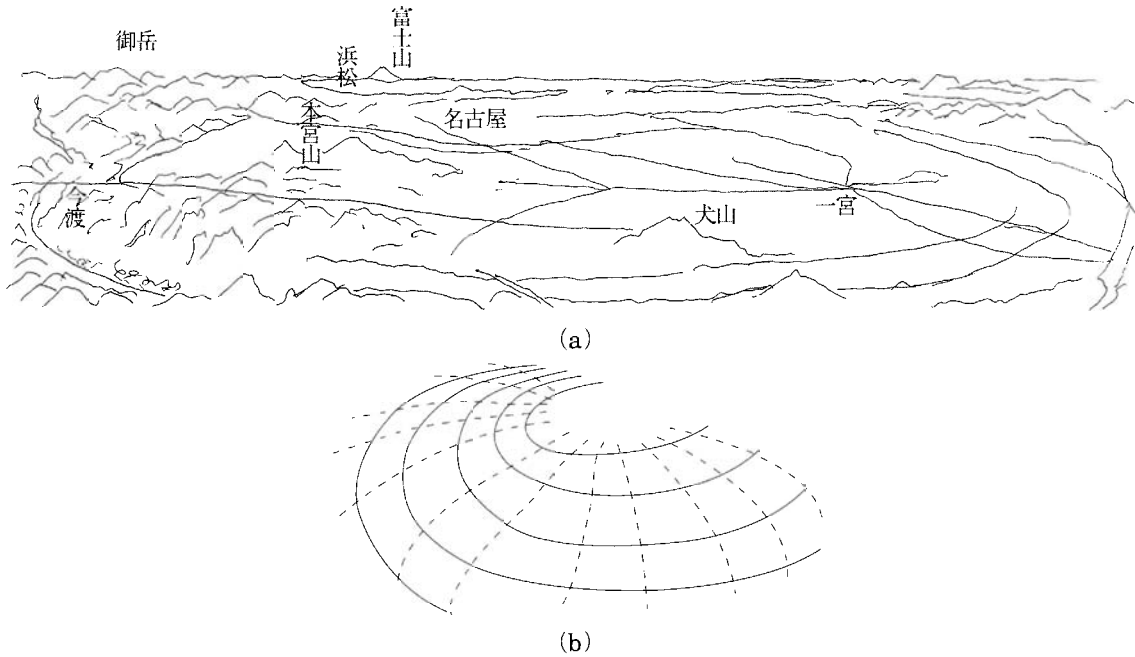


図16 名古屋鉄道沿線名所御案内（吉田初三郎、1927）と透視特性

## 6. 変形透視図と写像

1点透視を代表とする投影が単純な直線群である場合には、式(1)～(3)のアフィン (affine) 線形変換が用いられるが、北原、吉田によって示された鳥瞰図においては、位置座標の関係は、曲線座標系に対応し、しかも各部の曲線特性は、統一的、均質な性質を持っていない。一般に、平面座標の曲線対応は、複素関数群によって表現できる。

物理座標  $(x, y)$  に対し、複素数  $z$  を

$$\dot{z} = x + jy \quad (4)$$

写像された座標  $(X, Y)$  に対し、複素数  $\dot{Z}$  を

$$\dot{Z} = X + jy \quad (5)$$

としたとき、複素関数

$$\dot{Z} = f(\dot{z}) \quad (6)$$

が定義される。このときの写像関係は、図17に示されるようになる。

たとえば、 $\dot{Z}$  と  $z$  複素平面に対して

$$\dot{Z} = \dot{z}^2 \quad (7)$$

の写像変換を行なったとき、

$$X = x^2 - y^2 \quad (8)$$

$$Y = 2xy$$

が得られる。式(8)より

$$X = \left(\frac{Y}{2y}\right)^2 - y^2 \quad (9)$$

となり、 $y$  が一定のとき、 $(X, Y)$  空間では、放物線になる。また、同様に、

$$X = x^2 - \left(\frac{Y}{2x}\right)^2 \quad (10)$$

となり、放物線が得られる。式(9)、(10)を図18に示す。図18は、2つの放射線が互いに交っており、実線、点線が経度線、緯度線に対応するものと考えることができる。

さらに、一般に、複素関数

$$\begin{aligned} \dot{Z} &= \dot{z}^n \\ \dot{Z} &= \log \dot{z} \\ \dot{Z} &= \sin \dot{z} \end{aligned} \quad (11)$$

などの写像が考えられる。これらは、より複雑な座標系を与えることができ、変換透視画を得るための数理アルゴリズムを与えることが示される。

直交座標系がユークリッド (Euclid) 空間を示しているが、曲線座標系は、より一般的な空間を与えている。変形透視投影には、式(6)の複素関係による変換と式(3)の同次座標変換を組み合わせることにより、有効な手法が創出することができる。

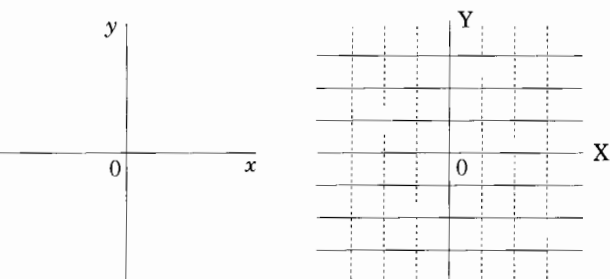
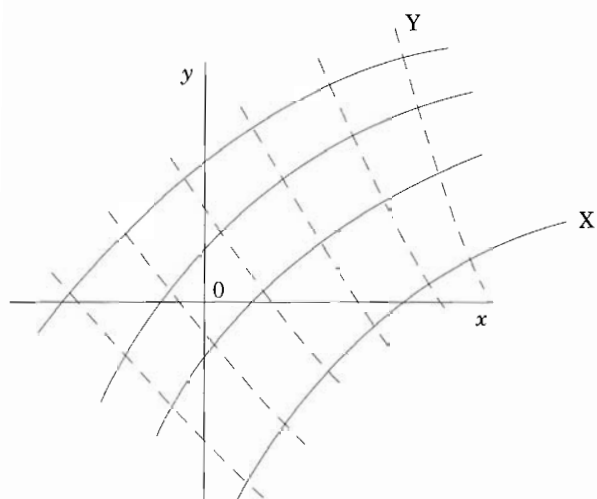


図17 複素面  $\dot{z}=x+jy$  から複素面  $\dot{Z}=X+jY$  への写像

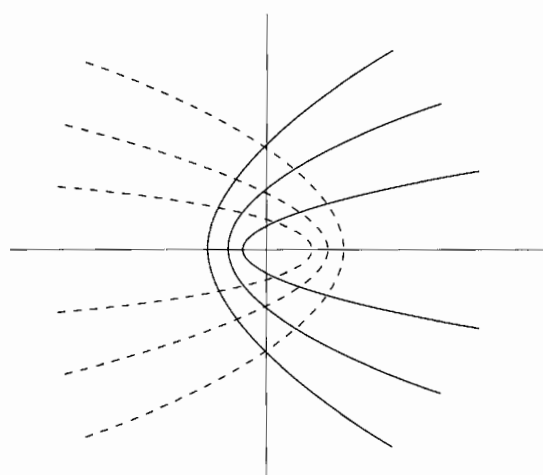


図18 写像  $\dot{Z}=\dot{z}^2$  による座標変換

## 7. コンピュータ支援数理技法

透視投影に直接関連している同次座標による透視変換であるアフィン (affine) 変換と、複素関数による複素面による写像変換を組み合わせることにより、図19のコンピュータアルゴリズムの適用によって、一般的な変形透視画が得られる。造形手法としては、形状と位置については、本論文で述べた手法を基礎に、さらに、明暗、彩色を用いることにより、伝統的鳥瞰図の特徴を活用した、コンピュータを用いた効率的な制作アルゴリズムを作成可能である。

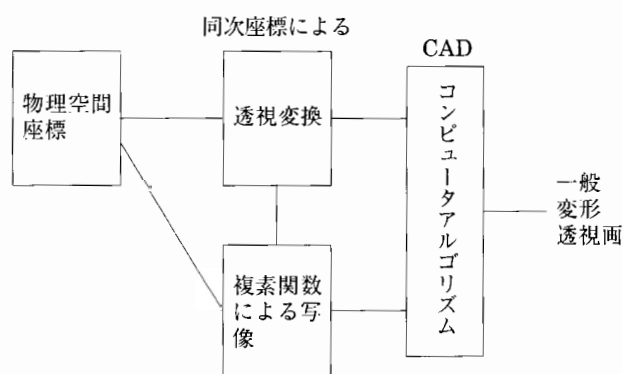


図19 同次座標による変換と複素変換による変形透視画法

## 8. まとめ

伝統的な鳥瞰図のうち、透視構造が簡単でない、一般的透視画に対しても有効な、コンピュータ支援作図法を検討した。これまでの鳥瞰図の分析を行なうことにより、空間座標と透視関係を明らかにした。この解析により、伝統的鳥瞰図の持つ芸術的メディア表現を伴った、コンピュータ利用の効率的アルゴリズムを示した。とくに、同次座標表現による変換に対し、複素平面に関する写像変換の有効性を示し、これら2つの変換法により統一した変換を持つ、変形透視画制作用のコンピュータ支援アルゴリズムの数理手法を論じた。

## 文献

- 1) 宮崎保光；コンピュータ・グラフィック鳥瞰図における景観写真を用いた立体像構成法による制作アルゴリズム、名古屋造形芸術大学紀要12号、pp.121-130 (2006)
- 2) 勝田、宮崎：現代鳥瞰図の2次元写真を用いたコンピュータ画像処理による制作、電子情報通信学会、2002年総合大会、D-11-133 (2002)
- 3) F. Schnack : Matthaeus Merian, Deutsche Stadte. Hoffmann and Campe (1962)
- 4) 吉田初三郎のパノラマ地図、別冊太陽、平凡社 (2002)
- 5) V. Schadach, W. Bernhagen, M. Mittelstädt and W. Wandelt ; Studio Volker Schadach, Goslar (1992)
- 6) Hartmann Schedel : la chronique universelle 1493 (Taschen, 2001)
- 7) 前田、水野：尾張名所図会 風媒社 (2006)